1. Hallar todos los números enteros positivos n y k tales que:

$$(n+1)^n = 2n^k + 3n + 1$$

2. Sean x y n enteros tales que $1 \leq x < n$. Disponemos de $x+1$ cajas distintas y $n-x$ bolas idénticas. Llamamos $f(n,x)$ al número de maneras que hay de distribuir las $n-x$ bolas en las $x+1$ cajas. Sea p un número primo. Encontrar los enteros positivos n para los que se verifica que p es divisor de $f(n,x)$ para todo $x \in \{1, 2, \ldots, n-1\}$.

3. Sea $n \geq 2$ un entero positivo. Tenemos $2n$ bolas, en cada una de las cuales hay escrito un entero. Se cumple que, siempre que formamos n parejas con las bolas, dos de estas parejas tienen la misma suma.

1. Prueba que hay cuatro bolas con el mismo número.
2. Prueba que el número de valores distintos en las bolas es a lo sumo $n-1$.

4. Se tienen 60 puntos en el interior del disco unidad. Demostrar que existe un punto V de la frontera del disco tal que la suma de las distancias de V a los 60 puntos es menor o igual que 80.

5. Sean x e y números reales entre 0 y 1. Probar que:

$$x^3 + xy^2 + 2xy \leq 2x^2y + x^2 + x + y$$

6. Cada números racional se pinta de un color, usando sólo dos colores, blanco y verde. Se dice que una tal coloración es *andaluza* cuando para cada dos números racionales x e y, con $x \neq y$, si se cumple alguna de las tres condiciones siguientes:

- $xy = 1$
- $x + y = 0$
- $x + y = 1$

entonces x e y son de distinto color. ¿Cuántas coloraciones *andaluzas* hay?